CHAPITRE N°2 **PARTIE B** **TS**

MOUVEMENTS DANS UN CHAMP UNIFORME

I. Les forces usuelles

Une force modélise une action exercée sur un système. Elle se représente par un vecteur. Les forces ci-dessous seront utilisées en Terminale S

1. La force d'attraction gravitationnelle

- La **force gravitationnelle**, toujours attractive, est la force exercée par un corps A sur un corps B, tous deux à répartition sphérique de masse.

Elle s'écrit : $\vec{F}_{A/B} = -G\dfrac{m_A m_B}{d^2}\vec{u} = -\vec{F}_{B/A}$

où $G = 6{,}67.10^{-11}$ m^3.kg^{-1}.s^{-2} est la constante gravitationnelle universelle, m_A et m_B sont les masses respectives des corps A et B en interaction, en kilogrammes, d est la distance entre les centres des corps en interaction, en mètres, et $\vec{u}$ un vecteur unitaire orienté de A vers B (**Fig. 13**).

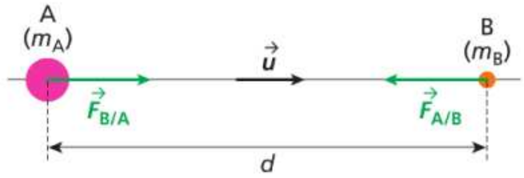


Fig. 13 Forces gravitationnelles.

2. Le poids

- Le **poids** d'un objet de masse m est la force gravitationnelle qu'il subit de la part de la Terre.

Il s'écrit :

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

où le vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$ caractérise l'attraction de la Terre en chaque point à proximité de sa surface. Le poids d'un objet est vertical, orienté vers le bas et de valeur $P = mg$ (**Fig. 14**).

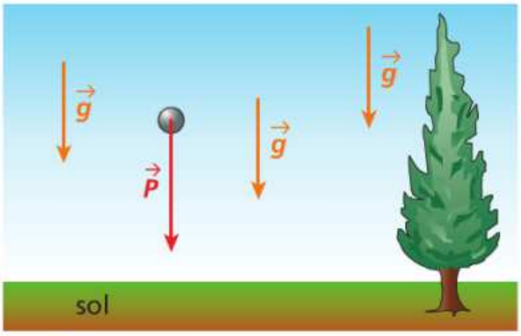


Fig. 14 Représentation du champ de pesanteur $\vec{g}$ et du poids $\vec{P}$ d'un objet.

3. Forces exercées par les fluides

Les forces de contact exercées par un fluide (liquide ou gaz) sur un système (**Fig. 17**) sont de deux types.

- La **poussée d'Archimède** (notée $\vec{\Pi}$) est verticale et orientée vers le haut, souvent négligée pour les objets lourds dans l'air.
Sa valeur est égale à $\Pi = \rho V g$, où ρ est la masse volumique du fluide, V le volume qu'occupe l'objet qui y est plongé et g l'intensité de la pesanteur.
- La **force de frottement fluide** (notée $\vec{f}$) traduit la résistance du fluide au mouvement du système.
Cette force est opposée au sens du mouvement du système dans le fluide, nulle si le système est immobile dans le référentiel du fluide.

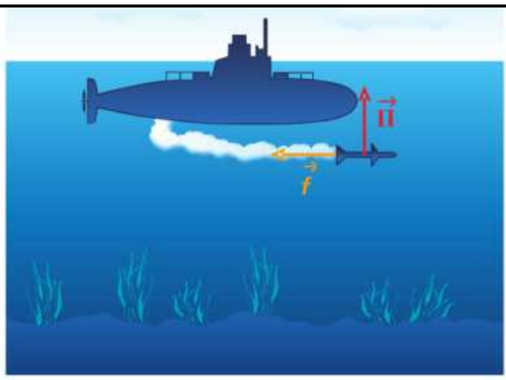


Fig. 17 Poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ et force de frottement fluide $\vec{f}$ exercées sur une torpille.

4. Forces de contact entre solides

La force de contact exercée par un solide sur un système est appelée **réaction du support** et notée $\vec{R}$ **(Fig. 16)**.

Elle est décomposée comme la somme de :
- la **réaction normale** $\vec{R}_n$ traduisant le fait que les solides ne s'interpénètrent pas,
- la **réaction tangentielle** $\vec{R}_t$, encore appelée force de frottement solide, traduisant la résistance du support au mouvement du système.

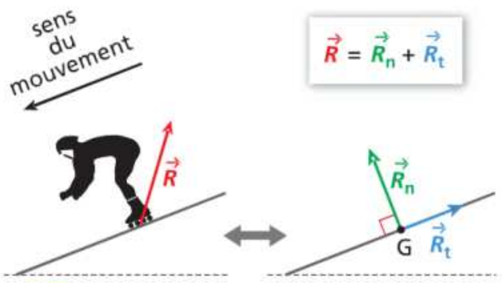


Fig. 16 Force exercée par un support solide sur un roller man.

5. La force électrique

La force électrique, appelée **force de Coulomb**, modélise l'interaction entre deux objets portant des charges électriques q_A et q_B, exprimées en coulombs (C).

Elle s'écrit : $$\vec{F}_{A/B} = K\frac{q_A q_B}{d^2}\vec{u} = -\vec{F}_{B/A}$$

où K est une constante valant $K = 9{,}0.10^9$ N.m^2.C^{-2},

d est la distance entre les centres des objets chargés, en mètres,

et $\vec{u}$ un vecteur unitaire orienté de A vers B **(Fig. 15)**.

Une particule de charge q placée dans un champ électrique $\vec{E}$ subit la force électrique :

$$\boxed{\vec{F} = q.\vec{E}}$$

RAPPEL : le champ électrostatique crée entre deux armatures métalliques planes P et N séparées d'une distance d, entre lesquelles une tension U_{PN} est appliquée a pour valeur : $\boxed{E = \frac{U_{PN}}{d}}$

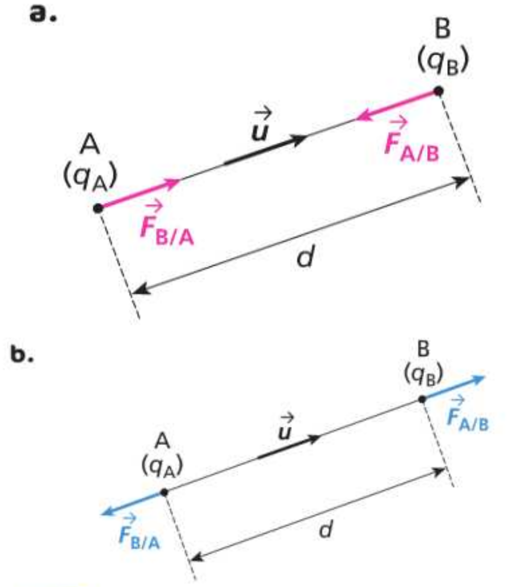
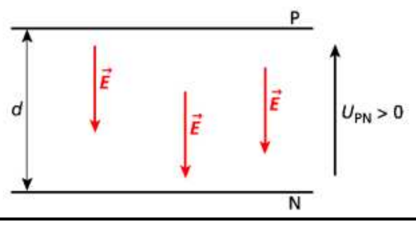


Fig. 15 Forces de Coulomb :
a. attractives (charges de signes contraires).
b. répulsives (charges de même signe).



6. Forces exercée par un fil inextensible

Cette force est aussi souvent appelée **tension du fil** et notée $\vec{T}$.

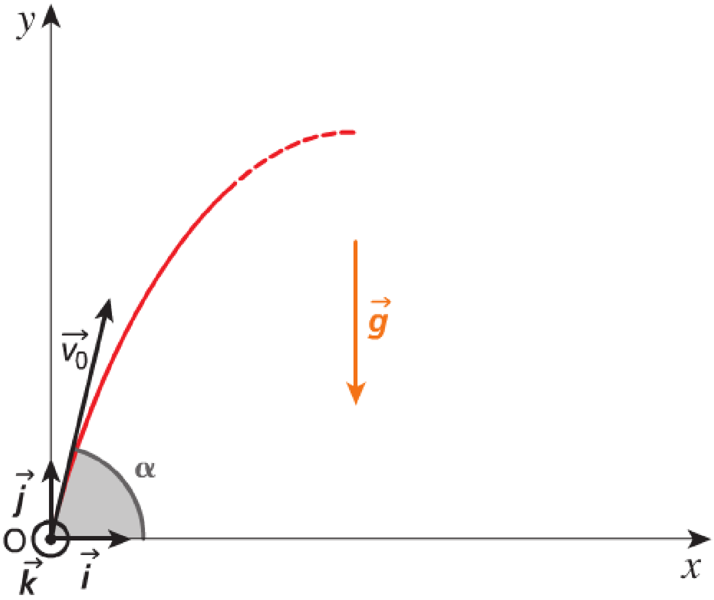
Sa direction est celle du fil. Elle est orientée de l'extrémité en contact avec le système vers l'extrémité opposée du fil **(Fig. 18)**.

Fig. 18 Force exercée par une corde sur une luge tirée par un enfant.

II. Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur uniforme

1. Lancer du projectile

Un projectile est lancé à un instant choisi comme origine des dates (t=0s) avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ faisant un angle a par rapport à l'horizontale (angle de tir). L'étude du mouvement du projectile est réduite à celle de son centre d'inertie G.



L'étude est réalisée avec les approximations suivantes :
- Le champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$ est considéré comme uniforme
- L'action de l'air (poussée d'Archimède et frottements) sur le projectile est négligée par rapport à l'effet de son poids.

On parle alors de « chute libre » du projectile

Le projectile est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni d'un repère cartésien (Oxyz)
Le plan (Oxy) est appelé plan de tir : il contient les vecteurs $\overrightarrow{v_0}$ et $\overrightarrow{g}$
O est la position initiale du centre de gravité G du projectile
Dans ce système d'axe, les coordonnée du vecteur vitesse à t=0s sont :

$$\overrightarrow{v_0}\left|\begin{array}{l} v_x(t=0) = v_0\cos\alpha \\ v_y(t=0) = v_0\sin\alpha \\ v_z(t=0) = 0 \end{array}\right.$$

2. Bilan des forces et application de la deuxième loi de newton

Le projectile ne subit que son poids $\overrightarrow{P} = m.\overrightarrow{g}$, force verticale et dirigée vers le bas, de valeur constante puisque la masse du solide est constante et g est uniforme.

L'application de la deuxième loi de Newton donne :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\times \overrightarrow{a_G}$$
$$\overrightarrow{P} = m\times \overrightarrow{a_G}$$
$$m\,\overrightarrow{g} = m\times \overrightarrow{a_G}$$
$$\boxed{\mathbf{\overrightarrow{g} = \overrightarrow{a_G}}}$$

- **Remarque :**

Un projectile soumis uniquement à son poids est en chute libre.
L'accélération du centre d'inertie d'un solide en chute libre est égale au vecteur champ de pesanteur ($\overrightarrow{a} = \overrightarrow{g}$)
L'accélération, est donc le mouvement du projectile, ne dépendent pas de sa masse : deux projectiles de masses différentes en chute libre ont le même mouvement.

3. Vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}(t)$

Par projection sur les axes du repère on obtient les coordonnées du vecteur accélération :

$$\boxed{\overrightarrow{a_G}\left|\begin{array}{l}\mathbf{a_x=0}\\ \mathbf{a_y=-g}\\ \mathbf{a_z=0}\end{array}\right.}$$

- **Remarque :**

Le mouvement vertical est uniformément accéléré car l'accélération verticale est constante.

4. Vecteur vitesse instantané $\overrightarrow{v_G}(t)$

Sachant que $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$, pour obtenir les coordonnée du vecteur vitesse il suffit d'intégrer les trois coordonnées précédentes par rapport au temps.

Par intégration on obtient donc le vecteur $\overrightarrow{v_G}$ de coordonnées :

$$\overrightarrow{v_G}\left|\begin{array}{l}v_x=A\\ v_y=-gt+C\\ v_z=B\end{array}\right.$$

Les valeurs des constantes sont déterminées par les conditions initiales :

$$\overrightarrow{V_0}\left|\begin{array}{l}v_x(t=0)=v_0\cos\alpha\\ v_y(t=0)=v_0\sin\alpha\\ v_z(t=0)=0\end{array}\right. \quad \text{d'où}\left\{\begin{array}{l}A=v_0\cos\alpha\\ B=v_0\sin\alpha\\ C=0\end{array}\right. \quad \text{et} \quad \boxed{\overrightarrow{v_G}\left|\begin{array}{l}\mathbf{v_x=v_0\cos\alpha}\\ \mathbf{v_y=-gt+v_0\sin\alpha}\\ \mathbf{v_z=0}\end{array}\right.}$$

- **Remarque :**

Le mouvement horizontal est uniforme car la vitesse horizontale est constante.

5. Vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$

Sachant que $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$, pour obtenir les coordonnée du vecteur position il suffit d'intégrer les trois coordonnées précédentes par rapport au temps.

Par intégration on obtient le vecteur $\overrightarrow{OG}$ de coordonnées :

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l}x(t)=V_0\cos\alpha\times t+D\\ y(t)=-\frac{1}{2}gt^2+v_0\sin\alpha\times t+E\\ z(t)=F\end{array}\right.$$

Les valeurs des constantes sont déterminées par les conditions initiales

$$\overrightarrow{OG_0}\left|\begin{array}{l}x(t=0)=0\\ y(t=0)=0\\ z(t=0)=0\end{array}\right. \quad \text{d'où}\left\{\begin{array}{l}D=0\\ E=0\\ F=0\end{array}\right.$$

Les équations horaires du mouvement du centre d'inertie G d'un projectile dans le champ de pesanteur sont donc :

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l} \mathbf{x(t)= v_0\cos\alpha\times t} \\ \mathbf{y(t)= -\frac{1}{2}gt^2+v_0\sin\alpha\times t} \\ \mathbf{z(t)= 0} \end{array}\right.$$

6. Equation cartésienne de la trajectoire

En exprimant **y** = f(**x**) on obtient l'équation de la trajectoire du centre d'inertie d'un projectile, il suffit donc de remplacer le paramètre « t » par son expression en fonction de y.

D'après l'équation horaire sur Ox, on peut écrire : $\boxed{t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}}$

On reporte alors cette expression dans l'équation horaire selon Oy :

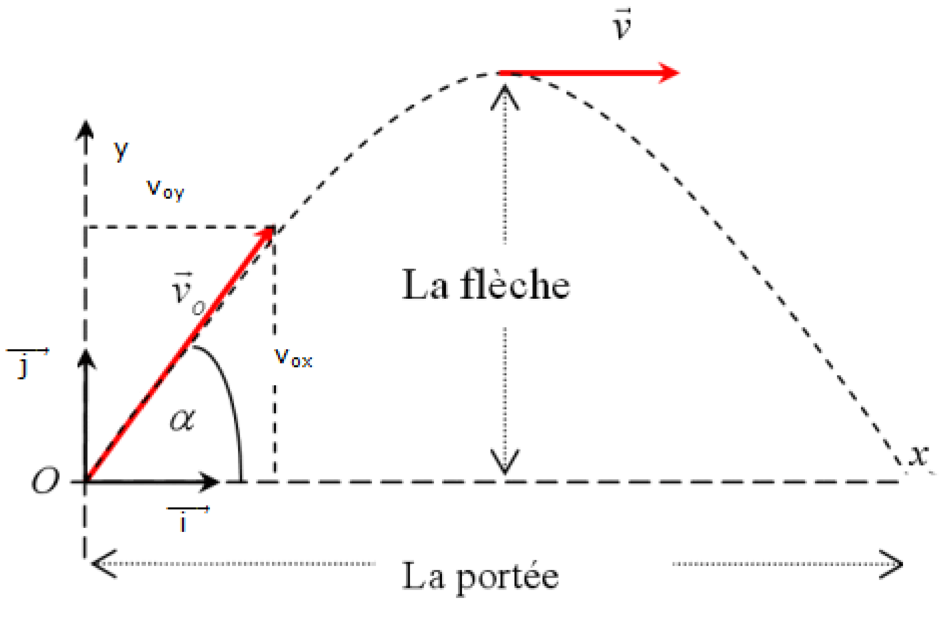
$$Y(x)=-\frac{1}{2}g\times\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)^2+v_0\sin\alpha\times\frac{x}{v_0\cos\alpha}$$

L'équation du centre d'inertie d'un projectile est :

$$\boxed{\mathbf{y(x)=\left(\frac{-g}{2v_0{}^2\cos\alpha^2}\right)x^2+(\tan\alpha)x}}$$

La trajectoire du centre d'inertie d'un projectile lancé avec une vitesse quelconque est donc une portion de parabole

7. Caractéristique de la trajectoire



- **La flèche**

On parle de **flèche** pour la **hauteur maximale** que peut atteindre le projectile

Lorsque le projectile atteint le sommet de sa trajectoire, la vitesse selon l'axe Oy est nulle, on a donc : $\boxed{\mathbf{v_y(t_s) = 0}}$.

$$v_y=-gt_s+ v_0\sin\alpha = 0 \Leftrightarrow \boxed{t_s=\frac{V_0\sin\alpha}{g}}$$

En introduisant cette expression de t_s dans y(t), il vient :

$$y(t_s)= -\frac{1}{2}gt_s^2+v_0\sin\alpha\times t_s$$

$$y(t_s)= -\frac{1}{2}g\left(\frac{V_0\sin\alpha}{g}\right)^2+v_0\sin\alpha\times\frac{V_0\sin\alpha}{g}$$

$$y(t_s)= -\frac{1}{2}\frac{(V_0\sin\alpha)^2}{g}+\frac{(V_0\sin\alpha)^2}{g}$$

$$y(t_s)= +\frac{1}{2}\left(\frac{(V_0\sin\alpha)^2}{g}\right)$$

$$\boxed{\mathbf{y(t_s) = \frac{V_0^2\sin\alpha^2}{2g}}}$$

- **La portée**

On parle généralement de **portée** pour la **distance horizontale maximale** que peut atteindre le projectile

Quand elle tombe au sol on a :

$y(x_p)=0$

$$y(y_p) = \left(\frac{-g}{2v_0^2\cos\alpha^2}\right)x_p^2+ (\tan\alpha)x_p = 0$$

$$y(x_p) = x_p\left(\frac{-g}{2v_0^2\cos\alpha^2}x_p + \tan\alpha\right) = 0$$

$$y(x_p) = x_p\left(\frac{-g}{2v_0^2\cos\alpha^2}x_p + \tan\alpha\right)= 0$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} x_p =0 \text{ (la balle n'a pas été lancée)} \\ \dfrac{-g}{2v_0^2\cos\alpha^2}x_p + \tan\alpha = 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} x_p = 0 \\ x_p = \dfrac{\tan\alpha\times 2V_0^2\cos\alpha^2}{g}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} x_p = 0 \\ x_p = \dfrac{\sin\alpha\times 2\times V_0^2\times\cos\alpha\times\cancel{\cos\alpha}}{\cancel{\cos\alpha}\times g}\end{cases}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow\begin{cases} \mathbf{x_p = 0} \\ \mathbf{x_p = \dfrac{V_0^2\sin2\alpha}{g}}\end{cases}}$$

avec 2sinα cosα = sin2α

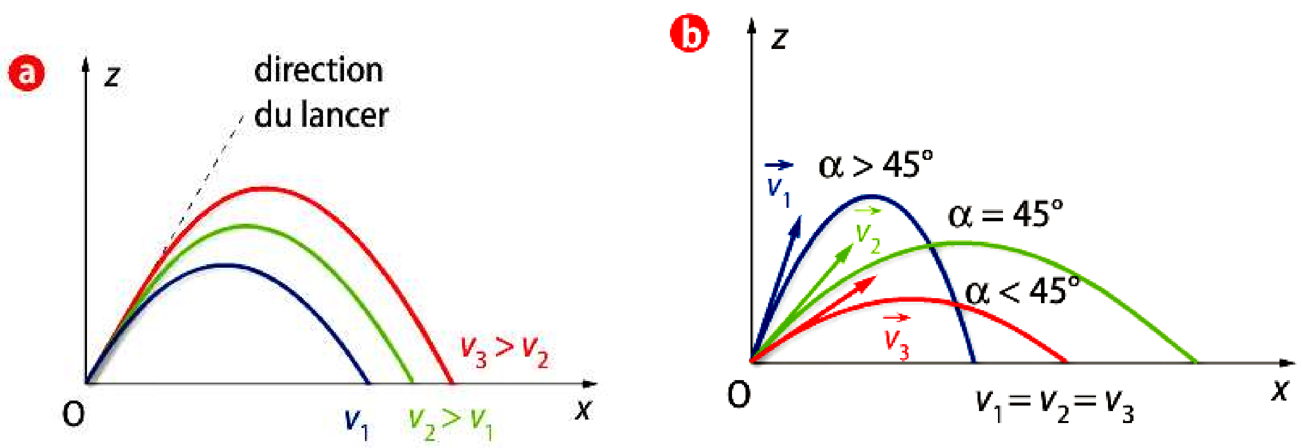


Fig. 4 a Influence de v_0 sur la portée et la flèche. b Influence de l'angle α sur la portée et la flèche.

III. Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme

1. Mise en situation

On considère comme système d'étude, une particule ponctuelle de charge q et de masse constante m, qui pénètre à l'instant t = 0s avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ dans un champ électrostatique uniforme E perpendiculaire aux armatures d'un condensateur plan

L'étude s'effectue dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen muni d'un repère cartésien (Oxyz)
O est la position initiale de la particule lorsqu'elle rentre dans le champ électrostatique
Dans ce système d'axe, les coordonnée du vecteur vitesse à t=0s sont :

$$\overrightarrow{v_0}\left|\begin{array}{l} v_x(t=0)= v_0\cos\alpha \\ v_y(t=0)= v_0\sin\alpha \\ v_z(t=0)= 0 \end{array}\right.$$

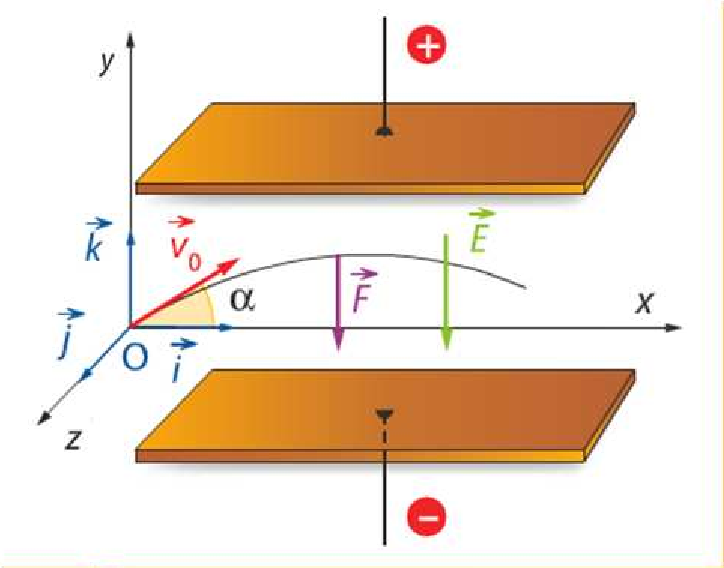


Fig. 5 Charge q positive entrant dans un condensateur plan avec une vitesse v_0.

2. Bilan des forces et application de la deuxième loi de newton

La particule subit deux forces : - la force électrique $\overrightarrow{F} = q.\overrightarrow{E}$
- son poids $\overrightarrow{P} = m.\overrightarrow{g}$

Cependant le poids de l'électron est négligeable devant la force électrique qu'il subit, en effet :

Les champs électrostatiques couramment utilisés ont des valeurs voisines de 10^4 V.m^{-1}. Si la particule étudiée est un électron, de charge électrique $-e = -1{,}6.10^{-19}$ C, la force électrique a une valeur $F = |-eE|$, voisine de 10^{-15} N. La masse de l'électron étant $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg, l'ordre de grandeur de la valeur $P = mg$ de son poids est 10^{-29} N.

Ainsi, la force électrique subie par l'électron est 10^{14} fois plus grande que son poids : il est donc possible de négliger l'influence du poids.

Ce sera le cas quelle que soit la particule.

L'application de la deuxième loi de Newton donne :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\times \overrightarrow{a_G}$$
$$\overrightarrow{F} = m\times \overrightarrow{a_G}$$
$$q.\overrightarrow{E} = m\times \overrightarrow{a_G}$$
$$\boxed{\overrightarrow{a_G} = \frac{q}{m}\overrightarrow{E}}$$

- **Remarque :**

Si q>0 alors $\overrightarrow{a}$ est de même sens que $\overrightarrow{E}$
Si q<0 alors $\overrightarrow{a}$ est de sens contraire à $\overrightarrow{E}$

3. Vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}(t)$

Par projection sur les axes du repère on obtient les coordonnées du vecteur accélération :

$$\boxed{\overrightarrow{a_G} \left| \begin{array}{l} a_x=0 \\ a_y=-\dfrac{q}{m}.E \\ a_z=0 \end{array} \right.}$$

- **Remarque :**

Le mouvement vertical est uniformément accéléré car l'accélération verticale est constante.

4. Vecteur vitesse instantané $\overrightarrow{v_G}(t)$

Sachant que $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$, pour obtenir les coordonnée du vecteur vitesse il suffit d'intégrer les trois coordonnées précédentes par rapport au temps.

Par intégration on obtient donc le vecteur $\overrightarrow{v_G}$ de coordonnées :

$$\overrightarrow{v_G} \left| \begin{array}{l} v_x=A \\ v_y=-\dfrac{q.E}{m}.t+C \\ v_z=B \end{array} \right.$$

Les valeurs des constantes sont déterminées par les conditions initiales :

$$\overrightarrow{V_0} \left| \begin{array}{l} v_x(t=0)= v_0\cos\alpha \\ v_y(t=0)= v_0\sin\alpha \\ v_z(t=0)= 0 \end{array} \right. \quad \text{d'où} \left\{ \begin{array}{l} A= v_0\cos\alpha \\ B= v_0\sin\alpha \\ C= 0 \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \boxed{\overrightarrow{v_G} \left| \begin{array}{l} v_x= v_0\cos\alpha \\ v_y= -\dfrac{q.E}{m}.t+ v_0\sin\alpha \\ v_z= 0 \end{array} \right.}$$

- **Remarque :**

Le mouvement horizontal est uniforme car la vitesse horizontale est constante.

5. Vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$

Sachant que $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$, pour obtenir les coordonnée du vecteur position il suffit d'intégrer les trois coordonnées précédentes par rapport au temps.

Par intégration on obtient le vecteur $\overrightarrow{OG}$ de coordonnées :

$$\overrightarrow{OG} \left| \begin{array}{l} x(t)= V_0\cos\alpha\times t+D \\ y(t)= -\dfrac{1}{2}\dfrac{q.E}{m}.t^2+v_0\sin\alpha\times t + E \\ z(t)= F \end{array} \right.$$

Les valeurs des constantes sont déterminées par les conditions initiales :

$$\vec{OG_0}\left|\begin{array}{l} x(t=0)=0 \\ y(t=0)=0 \\ z(t=0)=0 \end{array}\right. \quad \text{d'où} \left\{\begin{array}{l} D=0 \\ E=0 \\ F=0 \end{array}\right.$$

Les équations horaires du mouvement du centre d'inertie G de la particule dans le champ électrostatique sont donc :

$$\vec{OG}\left|\begin{array}{l} x(t)=v_0\cos\alpha\times t \\ y(t)=-\dfrac{q.E}{2m}.t^2+v_0\sin\alpha\times t \\ z(t)=0 \end{array}\right.$$

6. Equation cartésienne de la trajectoire

En exprimant **y** = f(**x**) on obtient l'équation de la trajectoire du centre d'inertie de la particule, il suffit donc de remplacer le paramètre « t » par son expression en fonction de y.

D'après l'équation horaire sur Ox, on peut écrire : $\boxed{t=\dfrac{x}{v_0\cos\alpha}}$

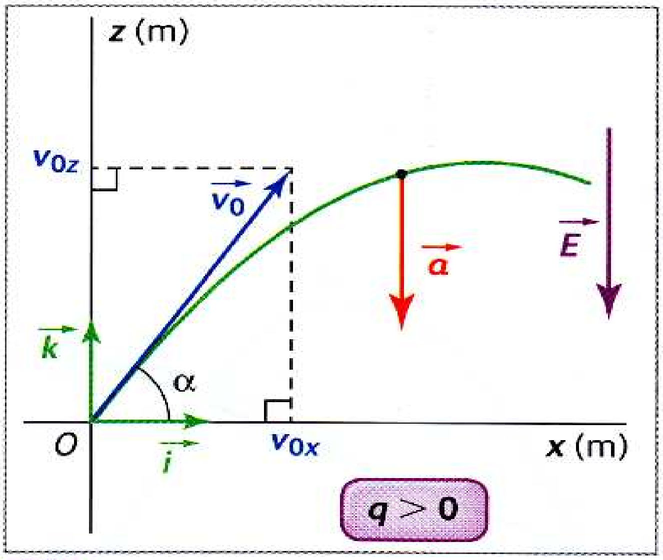
On reporte alors cette expression dans l'équation horaire selon Oy :

$$Y(x)=-\frac{q.E}{2m}\times\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)^2+v_0\sin\alpha\times\frac{x}{v_0\cos\alpha}$$

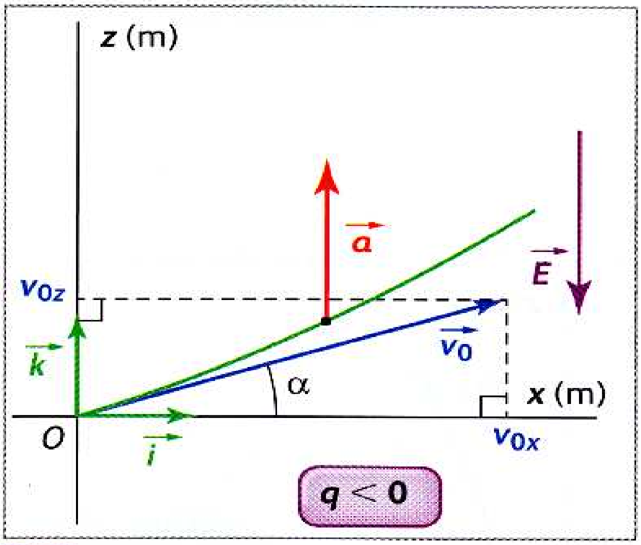
L'équation de la trajectoire du centre d'inertie de la particule est :

$$\boxed{y(x)=\left(\frac{-q.E}{2.m.v_0{}^2\cos\alpha^2}\right)x^2+(\tan\alpha)x}$$

La trajectoire du centre d'inertie d'un projectile lancé avec une vitesse quelconque est donc une portion de parabole



21 *Quand la particule porte une charge q > 0, la trajectoire parabolique est tournée dans le sens du champ $\vec{E}$.*



22 *Quand la particule porte une charge q < 0, la trajectoire parabolique est tournée dans le sens opposé au champ $\vec{E}$.*

7. Le canon à électron : activité

Activité DOCUMENTAIRE

1 Accélération d'électrons

ANALYSE D'EXPÉRIENCE

OBJECTIF **Étudier** le mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme en considérant l'exemple du canon à électrons.

Un canon à électrons est un dispositif qui se trouve dans les anciens téléviseurs et les oscilloscopes cathodiques. Un dispositif similaire est utilisé dans les accélérateurs de particules modernes.

Dans un canon à électrons (Fig. 1), des électrons sont arrachés, avec une vitesse négligeable, d'un filament électrique chauffé par effet Joule, situé au niveau d'une électrode nommée cathode. Ils sont accélérés entre la cathode C (borne négative) et l'anode A (borne positive) par une tension U_{AC} de valeur comprise entre 0 V et environ 6 kV. Ce phénomène a lieu dans une ampoule où règne un vide poussé.
Lorsque la tension U_{AC} est nulle, aucun mouvement d'électrons n'est détecté. Sa valeur est augmentée progressivement de 0 V à 1,0 kV : les électrons sont mis en mouvement rectiligne horizontal entre C et A.

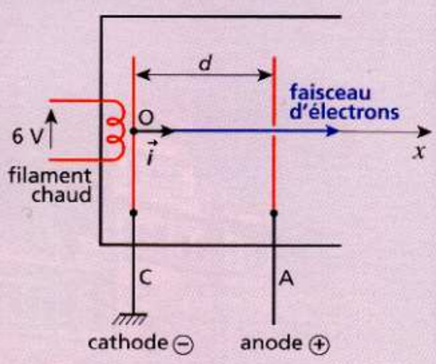


Fig. 1 Schéma simplifié du canon à électrons.

a Montrer que le mouvement des électrons est cohérent avec le fait de négliger le poids de l'électron par rapport à la force électrique qu'il subit à l'intérieur du canon.

b En utilisant la deuxième loi de Newton, montrer que le vecteur accélération $\vec{a}$ d'un électron est porté par l'axe (Ox) et que sa coordonnée s'écrit : $a_x = \dfrac{eU_{AC}}{md}$ où d est la distance entre C et A.
Qualifier un tel mouvement. Aide 1

c Une fois sorti du canon, l'électron n'est plus soumis à aucune force. Quel est son mouvement ultérieur ? Quelles modifications subit ce mouvement lorsque U_{AC} est augmentée de 1,0 kV à 6,0 kV ?

d Quelles sont les conditions initiales sur la position et la vitesse de l'électron ? Justifier à l'aide du texte de présentation du dispositif.

e En utilisant la question **b**, en déduire l'expression de la vitesse $v_x(t)$ d'un électron puis de sa position $x(t)$. Aide 2

f À l'aide de la question précédente, exprimer la date t_A de passage de l'électron au niveau de l'électrode A.

g En déduire enfin que la vitesse v_A de l'électron au passage au travers de l'anode trouée A s'écrit $v_A = \sqrt{\dfrac{2eU_{AC}}{m}}$. La calculer avec $U_{AC} = 1{,}0$ kV, $e = 1{,}6.10^{-19}$ C et $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg. Aide 3

Aides & Méthodes

1. Prendre garde à l'orientation de $\vec{E}$ et au signe de la charge de l'électron.
2. Ces étapes nécessitent une intégration par rapport au temps, suivie d'une prise en compte des conditions initiales.
3. Prendre garde aux unités et au nombre de chiffres significatifs du résultat.

Activités

1 Accélération d'électrons (p. 166)

ANALYSE D'EXPÉRIENCE

Objectif

L'objectif de cette activité est de travailler l'aspect théorique de la résolution d'un problème de mécanique. Les questions, pour ce faire, conduisent l'élève à la relation entre vitesse de sortie et tension accélératrice. Cette activité peut ensuite être prolongée avec l'activité 2, envisagée sur un mode moins théorique et plus qualitatif.

Correspondance avec le programme

Mettre en œuvre les trois lois de Newton pour étudier des mouvements dans un champ électrostatique uniforme.

Corrigé

a. Si le mouvement est rectiligne et horizontal, c'est que les électrons ne subissent pas de force verticale qui les dévierait : le poids est donc négligeable.

b. Le champ électrostatique a pour expression $\vec{E} = -\frac{U_{AC}}{d}\vec{i}$. Le système étudié est l'électron dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Il subit uniquement la force électrique $\vec{F} = -e\vec{E}$. La deuxième loi de Newton s'écrit donc $m\vec{a} = \vec{F}$, ce qui donne $\vec{a} = \frac{eU_{AC}}{md}\vec{i}$. Le vecteur accélération est donc bien porté par l'axe (Ox) et sa coordonnée est $a_x = \frac{eU_{AC}}{md}$.

La trajectoire étant une droite et l'accélération constante, le mouvement est rectiligne et uniformément accéléré.

c. Si l'électron n'est soumis à aucune force, son mouvement est rectiligne et uniforme d'après la première loi de Newton.

Si la tension U_{AC} est augmentée, l'électron est plus accéléré dans le canon, donc son mouvement après sa sortie du canon a une vitesse plus élevée.

d. La position initiale de l'électron est 0 : sa coordonnée initiale est $x = 0$.

Sa vitesse initiale est nulle d'après l'énoncé (« arrachés avec une vitesse négligeable »).

e. Par définition, $a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}(t)$.

On en déduit, compte tenu des conditions initiales sur la vitesse, que $v_x(t) = \frac{eU_{AC}}{md}t$.

Par définition, $v_x(t) = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}(t)$.

On en déduit, compte tenu des conditions initiales sur la position, que $x(t) = \frac{eU_{AC}}{2md}t^2$.

f. La date de passage au point d'abscisse d vérifie $d = \frac{eU_{AC}}{2md}t_A^2$, ce qui donne $t_A = d\sqrt{\frac{2m}{eU_{AC}}}$.

g. La vitesse de passage en A est donc :

$$v_A = \frac{eU_{AC}}{md}t_A = \sqrt{\frac{2eU_{AC}}{m}}.$$

Le calcul donne $v_A = 1{,}9.10^7\ \mathrm{m.s^{-1}}$.

Commentaires

Cette activité peut être traitée comme un exercice d'application, après le cours, ou bien servir justement de mise en place du cours en utilisant uniquement les acquis du chapitre 5. Il est intéressant de la poursuivre par l'activité 2, qui la met en perspective historique.

- ***Calcul de la flèche 2ème méthode :***

Lorsque la balle est au plus haut on a aussi $\boxed{\boldsymbol{\frac{dz}{dy} = 0}}$

$$y(x_s) = \left(\frac{-g}{2V_0^2\cos\alpha^2}\right).x_s(t)^2 + (\tan\alpha).x(t)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-g}{2V_0^2\cos\alpha^2} \times 2x_s + \tan\alpha = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-g}{V_0^2\cos\alpha^2}x_s + \tan\alpha = 0$$

$$x_s = \tan\alpha\ \frac{V_0^2\cos\alpha^2}{g}$$

$$x_s = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \times \frac{V_0^2\cos\alpha^2}{g}$$

$$x_s = \frac{V_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$$

$$x_s = \frac{V_0^2\sin2\alpha}{2g}$$

On remplace dans l'équation suivante :

$$y(x_s) = \left(\frac{-g}{2V_0^2\cos\alpha^2}\right)x_s^2 + (\tan\alpha)x_s$$

$$y(x_s) = \frac{-g}{2V_0^2\cos\alpha^2} \times \left(\frac{V_0^2\sin2\alpha}{2g}\right)^2 + \tan\alpha \times \frac{V_0^2\sin2\alpha}{2g}$$

$$y(x_s) = \frac{-g}{2V_0^2\cos\alpha^2} \times \left(\frac{V_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}\right)^2 + \tan\alpha \times \frac{V_0^2\sin2\alpha}{2g}$$

$$y(x_s) = \frac{-g}{2V_0^2\cos\alpha^2} \times \frac{V_0^4\sin\alpha^2\cos\alpha^2}{g^2} + \tan\alpha \times \frac{V_0^2\sin2\alpha}{2g}$$

$$y(x_s) = -\frac{V_0^2\sin\alpha^2}{2g} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \times \frac{V_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$$

$$y(x_s) = -\frac{V_0^2\sin\alpha^2}{2g} + \frac{V_0^2\sin\alpha^2}{g}$$

$$\boxed{y(x_s) = \boldsymbol{\frac{V_0^2\sin\alpha^2}{2g}}}$$